

## **Skala produkcji jako potencjalne źródło zróźnicowania efektywności technologii stosowanych w gospodarce województw**

---

Efektywność ekonomiczna gospodarki krajów, jak też regionów zależy nie tylko od wielkości i struktury nakładów, technologii czy sposobu organizacji produkcji, lecz również od skali produkcji. Dla każdej gospodarki istnieje bowiem taka wielkość produkcji, która pozwala w pełni wykorzystywać efekty (korzyści) skali. Celem artykułu jest ocena efektywności technologicznej i efektywności skali produkcji gospodarki poszczególnych województw w Polsce na podstawie metody analizy obwiedni danych (*DEA*) (*Data Envelopment Analysis*).

Problematyka pomiaru efektywności w naukach ekonomicznych i praktyce gospodarczej zawsze była jednym z najistotniejszych problemów. Dynamiczny rozwój cywilizacyjny świata nadał kategorii efektywności wyjątkowe znaczenie, czyniąc ją przedmiotem oceny w licznych dziedzinach działalności gospodarczej.

Potrzeba pomiaru efektywności wzrasta wraz z postępującą integracją gospodarczą oraz globalizacją. W obliczu integrujących się rynków pojawiły się wyzwania przed przedsiębiorstwami, ale także przed regionami, a nawet gospodarką ponadnarodową, wynikające z nasilającej się konkurencji. Tradycyjnie pojęcie konkurencyjności odnosiło się na ogół do podmiotów gospodarczych. Współcześnie konkurencyjność rozumiana jest także jako cecha układów terytorialnych regionów, państw oraz ugrupowań integracyjnych.

Konkurencyjność gospodarcza związana jest z efektywnością. Warunkiem zwiększenia pozycji konkurencyjnej Polski i jej województw w Europie i na świecie jest efektywne wykorzystanie lokalnych zasobów i przyciągnięcie zasobów zewnętrznych, a także ich ukierunkowanie na realizację działań o najwyższym potencjale wzrostu. Prowadzi to do ukształtowania się pojęcia „efektywności ekonomicznej”. Poszukując definicji tego pojęcia dostatecznie szerokiej i uprawnionej do rozważań zarówno na poziomie mikroekonomicznym, jak i na poziomie makroekonomicznym, przytoczymy kilka definicji często spotykanych w literaturze. Efektywność działania to *umiejętność minimalizowania zużycia zasobów przy osiąganiu celów*<sup>1</sup> lub *najbardziej skuteczne zastosowanie zasobów społeczeństwa w procesie zaspokajania potrzeb ludzi*<sup>2</sup>, gdyż, jak to zauważył w 1913 r. F. Neuhausen: *naród, który najekonomiczniej rozporządzi swoimi zasobami i siłami oraz zastosuje je z najlepszym współczynnikiem wydajności, podniesie swój dobrobyt i wyprzedzi inne narody*. Jednym z czynników poprawy

---

<sup>1</sup> Stoner J. A. F. i in. (2001), s. 24.

<sup>2</sup> Samuelson P. A., Nordhaus W. D. (2004), s. 40.

efektywności technologii stosowanych w gospodarce województw jest skala produkcji.

### PODSTAWOWE METODY BADANIA EFEKTYWNOŚCI GOSPODARCZEJ

W literaturze poświęconej badaniu efektywności gospodarczej wyróżnia się metody klasyczne, parametryczne oraz nieparametryczne.

**Metody klasyczne** polegają najczęściej na badaniu efektywności za pomocą wskaźników finansowych. Metody te są bardzo często stosowane, a ich podstawową zaletę stanowi prostota. Analiza polega na ustaleniu efektywności działania poprzez porównywanie wartości wskaźników finansowych. Najważniejsza i zarazem przesądzająca o wynikach badania jest odpowiednia interpretacja wskaźników finansowych. Przykładem tego typu badań może być analiza rentowności, płynności itd<sup>3</sup>.

**Metody parametryczne** oparte są na modelach ekonometrycznych i wprowadzają do oceny efektywności funkcję produkcji, określającą zależność między nakładami i wynikami w odniesieniu do technologicznie efektywnych procesów produkcji. Parametry funkcji produkcji są estymowane lub kalibrowane na podstawie obserwacji statystycznych. Wartość funkcji produkcji<sup>4</sup> wyznaczana jest na podstawie normatywnego modelu efektywności, a odchylenia wynikają z błędów losowych lub nieefektywności badanego obiektu. Wskaźnikiem efektywności może być np. reszta modelu lub iloraz empirycznej wartości wyniku i jego wartości uzyskanej na podstawie modelu.

Wadą normatywnych modeli ekonometrycznych jest uśrednianie danych podczas szacowania ich parametrów, w wyniku czego wartości empiryczne odchylają się od wartości wynikających z modelu. W efekcie krzywa regresji wyznaczona na podstawie wartości modelowych nie może stanowić granicy efektywności, gdyż nie obejmuje wszystkich obserwacji. Inną wersją normatywnego modelu ekonometrycznego, którego wykres wyznacza granicę efektywności jest tzw. model przesunięty. Krzywa regresji zostaje wówczas przesunięta tak, aby model ograniczał od góry wszystkie obserwacje empiryczne. Przesunięcie modelu polega tylko na zmianie wartości wyrazu wolnego, co powoduje przesunięcie linii regresji, zaś nachylenie krzywej pozostaje bez zmian. Do grupy takich metod zaliczamy: *Stochastic Frontier Approach (SFA)*, *Trick Frontier Approach (TFA)*, *Corrected Ordinary Least Squares (COLS)* (Domagała, 2009).

**Metody nieparametryczne** sprowadzają się do badania efektywności na podstawie modeli, w których nie wymaga się wcześniejszego ustalenia zależności funkcyjnej pomiędzy nakładami i wynikami. Za pomocą metod programowania matematycznego i na podstawie obserwacji empirycznych ustala się kształt granicy efektywności. Wartość wskaźnika efektywności określa się na podstawie położenia badanego obiektu względem granicy efektywności. Przykładem tego

<sup>3</sup> Bednarski L. (2002), s. 76—96.

<sup>4</sup> Wartości funkcji produkcji to zbiór efektywnych procesów produkcji (Panek, 2003).

typu metod są metody wykorzystujące programowanie liniowe. Należy do nich metoda *DEA*.

## *SKALA PRODUKCJI JAKO POTENCJALNE ŹRÓDŁO NIEEFEKTYWNOŚCI TECHNOLOGICZNEJ*

Do obliczenia efektywności technologii stosowanych w gospodarce województw wykorzystano metodę *DEA*. Jest to metoda nieparametryczna, zatem nie trzeba znać wag poszczególnych nakładów czynników produkcji. W wyniku zastosowania dwóch modeli *DEA* (modelu zakładającego stałe efekty skali i modelu zakładającego zmienne efekty skali) możliwe będzie wyznaczenie efektywności skali produkcji w gospodarce badanego województwa. Na przykładzie wyk. 1 omówimy wpływ skali produkcji na poziom efektywności technologicznej gospodarki województw.

W artykule przedstawimy konstrukcje niektórych modeli *DEA*, które posłużą do estymacji miar efektywności technologicznej. Rozpocznimy od modelu *CCR*. Jest on historycznie najstarszym modelem *DEA* i stanowi punkt wyjścia dla wszystkich pozostałych, bowiem do chwili obecnej model ten doczekał się wielu modyfikacji i ciekawych zastosowań w bardzo różnych dziedzinach. Następnie przedstawimy model *BBC*, będący modyfikacją modelu podstawowego, omówimy zależności, jakie występują pomiędzy wymienionymi modelami i ich implikacje dla miar efektywności technologicznej.

### *MODEL CCR*

Model *CCR*, zaproponowany przez trzech amerykańskich naukowców A. Charnesa, W. W. Coopera i E. Rhodessa (1978), jest modelem podstawowym, najstarszym. Jego nazwa pochodzi od pierwszych liter nazwisk twórców.

Przedstawiony model jest określany w literaturze przedmiotu jako ukierunkowany na nakłady model *CCR* (*input-oriented CCR model*), którego postać<sup>5</sup> można zapisać następująco:

$$\theta_o \rightarrow \min \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{j=1}^J x_{nj} \lambda_{oj} \leq \theta x_{no} \quad \text{dla } n=1, \dots, N \quad (2)$$

---

<sup>5</sup> Często nazywany jest modelem w postaci obwiedniowej (*envelopment model*), jego postać dualna nazywana jest w literaturze przedmiotu modelem mnożnikowym. To, której wersji modelu użyjemy zależy od potrzeb interpretacyjnych. Model mnożnikowy pozwala oszacować jednostkowe wyceny nakładów i wyników badanego obiektu na tle całego zbioru obiektów.

$$\sum_{j=1}^J y_{rj} \lambda_{oj} \geq y_{ro} \quad \text{dla } r=1, \dots, R \quad (3)$$

$$\theta_o, \lambda_{o1}, \lambda_{o2}, \dots, \lambda_{oJ} \geq 0 \quad (4)$$

gdzie:

- $\theta_o$  — współczynnik efektywności  $o$ -tego obiektu,
- $x_{nj}$  —  $n$ -ty nakład w  $j$ -tym obiekcie,
- $y_{rj}$  —  $r$ -ty wynik w  $j$ -tym obiekcie,
- $\lambda_{o1}, \dots, \lambda_{oJ}$  — współczynniki kombinacji technologii wspólnej zorientowanej na  $o$ -ty obiekt.

Rozwiązanie zadania (1)–(4) polega na znalezieniu wartości współczynnika  $\theta_o$ , która umożliwi takie maksymalne zmniejszenie nakładów, przy którym nadal będzie możliwe osiągnięcie danego poziomu wyników. Analiza badanego zbioru obiektów wymaga sformułowania i rozwiązania po jednym zadaniu *DEA* dla każdego obiektu, w którym postuluje się znalezienie optymalnego sposobu przekształcania nakładów obiektu w wyniki, a więc znalezienia optymalnej technologii produkcji.

Optymalna technologia to taka, która minimalizuje nakłady do poziomu nieprzekraczającego rzeczywistych nakładów, przy których możliwe jest uzyskanie wyników nie gorszych od rzeczywistych, o czym przesadzają warunki ograniczające. Uzyskany z rozwiązania zadania współczynnik  $\theta_o$  jest współczynnikiem efektywności technologicznej w sensie Farrella<sup>6</sup>. Wskazuje on, o ile badany obiekt powinien proporcjonalnie<sup>7</sup> zmniejszyć nakłady w celu uzyskania pełnej efektywności przy niezmiennym poziomie wyników.

### *MODEL BCC*

Do chwili obecnej opracowane zostały różne modyfikacje metody *DEA*. W pierwszym modelu *CCR* założono stałe efekty skali, tworząc model *CRS*<sup>8</sup>. W 1984 r. Banker, Charnes i Cooper<sup>9</sup> zaproponowali rozwinięcie modelu *CCR* do modelu przy założeniu zmiennych efektów skali. Był to model *VRS*<sup>10</sup>. Później nazwano go od pierwszych liter nazwisk jego autorów modelem *BCC*. Model *BCC*, podobnie jak *CCR* może być ukierunkowany na nakłady lub na wyniki.

<sup>6</sup> Farrell M. J. (1957), s. 253—290.

<sup>7</sup> Ponieważ w modelu *CCR* zastosowano efektywność radialną (liniową).

<sup>8</sup> *CRS* — *constant return to scale* (stałe korzyści skali).

<sup>9</sup> Banker R. D. i in. (1984), s. 92—1078.

<sup>10</sup> *VRS* — *variable returns to scale* (zmienne korzyści skali).

Modyfikacja modelu *CCR* o stałych efektach skali do modelu *BCC* o zmiennych efektach skali polega na dodaniu dodatkowego warunku ograniczającego, zgodnie z którym suma współczynników kombinacji wspólnej technologii jest równa 1 (8). Model *BCC* ukierunkowany na nakłady można zapisać w następującej postaci:

$$\theta_o \rightarrow \min \quad (5)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{j=1}^J x_{nj} \lambda_{oj} \leq \theta x_{no} \quad \text{dla } n=1, \dots, N \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^J y_{rj} \lambda_{oj} \geq y_{ro} \quad \text{dla } r=1, \dots, R \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^J \lambda_{oj} = 1 \quad \text{dla } j=1, \dots, J \quad (8)$$

$$\lambda_{o1}, \lambda_{o2}, \dots, \lambda_{oJ} \geq 0 \quad (9)$$

Największą zaletą modelu *BCC* jest możliwość wyodrębnienia ze wskaźnika całkowitej efektywności technologicznej (*Technical Efficiency* — *TE*), zarówno czystej efektywności technologicznej (*Pure Technical Efficiency* — *PTE*) jak i efektywności skali obiektu (*Scale Efficiency* — *SE*). Aby tego dokonać należy za pomocą modelu *CCR* wyznaczyć całkowitą efektywność technologiczną *TE*. Następnie model *BCC* jest wykorzystywany do obliczenia czystej efektywności technologicznej *PTE*. Mając obliczoną całkowitą efektywność technologiczną i czystą efektywność technologiczną można wyznaczyć efektywność skali *SE* na podstawie wzorów:

$$SE = \frac{TE}{PTE} \quad (10)$$

lub

$$SE = \frac{\theta_{CCR}}{\theta_{BCC}} \quad (11)$$

Tak wyliczona efektywność skali pozwala określić, czy nieefektywność badanego obiektu wynika:

- z czystej nieefektywności technologicznej (marnotrawienie nakładów),
- z działania w nieoptymalnym obszarze korzyści skali (nieefektywność skali),
- z nieefektywności technologicznej i nieefektywności skali.

Sposób wykonania obliczeń przykładowego pojedynczego nakładu  $k$  i pojedynczego rezultatu  $y$  przedstawiono na wykr. 1.

Granica efektywności technologicznej  $CRS$  została wyznaczona przez obiekty efektywne przy założeniu stałych efektów skali, natomiast granica  $VRS$  — przy założeniu zmiennych efektów skali. Odcinek od zera do  $C$  obejmuje rosnące korzyści skali (jednostkowy przyrost nakładu powoduje więcej niż proporcjonalny przyrost wyniku). Punkt  $C$  wyznacza stałe korzyści skali (jednostkowy przyrost nakładu powoduje jednostkowy przyrost wyniku). Odcinek  $CG$  to malejące korzyści skali (jednostkowy przyrost nakładu powoduje mniej niż proporcjonalny przyrost rezultatu).

Obiekt  $B$  leży poza granicami efektywności, a więc jest nieefektywny. Całkowita nieefektywność techniczna obiektu  $B$  w modelu  $CCR$  wynosi:

$$TE = \theta_{CCR,B} = \frac{PQ}{PB} < 1 \quad (12)$$

gdzie  $\theta_{CCR,B}$  — współczynnik efektywności obiektu  $B$  wyznaczony w wyniku zastosowania modelu  $CCR$ .

Czystą nieefektywność obiektu  $B$  obliczamy według wzoru:

$$PTE = \theta_{BCC,B} = \frac{PV}{PB} < 1 \quad (13)$$

gdzie  $\theta_{BCC,B}$  — współczynnik efektywności obiektu  $B$  wyznaczony w wyniku zastosowania modelu  $BCC$ .

Zauważmy dodatkowo, że:

$$\theta_{CCR,B} < \theta_{BCC,B} < 1 \quad (14)$$

Zależność ta jest konsekwencją przyjęcia dodatkowego warunku  $\sum_{j=1}^J \lambda_{oj} = 1$

w modelu  $BCC$ . Powoduje to, że zbiór rozwiązań dopuszczalnych w modelu  $BCC$  zawiera się w  $ZRD$ <sup>11</sup> modelu  $CCR$ , wyznaczonym przez odpowiednią granicę efektywności technologicznej.

Mając obliczoną całkowitą efektywność techniczną i czystą efektywność techniczną można obliczyć efektywność skali obiektu (*scale efficiency* —  $SE$ ) według wzoru:

$$SE = \frac{PQ}{PV} = \frac{TE}{PTE} = \frac{\theta_{CCR,B}}{\theta_{BCC,B}} \quad (15)$$

Na podstawie wskazań modelu  $BCC$ , obiekt  $G$  na wykry. 1 jest efektywny, ponieważ znajduje się na granicy  $VRS$ . Jego czystą efektywność  $PTE$  obliczamy jako odległość obiektu od granicy  $VRS$  według formuły:

$$PTE = \theta_{BCC,G} = \frac{IG}{IG} = 1 \quad (16)$$

Natomiast całkowitą efektywność otrzymamy ze wzoru:

$$TE = \theta_{CCR,G} = \frac{IH}{IG} < 1 \quad (17)$$

skąd wynika, że:

$$\theta_{CCR,G} < \theta_{BCC,G} \quad (18)$$

Obiekt  $C$  znajduje się jednocześnie na granicy  $CRS$  i  $VRS$ , jest efektywny w sensie modeli  $CCR$  i  $BCC$ , a jego całkowita efektywność technologiczna wy-

---

<sup>11</sup> Zbiór rozwiązań dopuszczalnych.

nosi 1. Obiekt ten jest technologicznie efektywny i jednocześnie znajduje się w optymalnym obszarze korzyści skali.

Obliczona w ten sposób efektywność skali nie wskazuje jednak na rodzaj efektów skali<sup>12</sup>. Aby dokonać oceny charakteru efektów skali, należy rozwiązać zadanie *DEA* typu *NIRS*. Skonstruowanie zadania typu *NIRS* polega na wprowadzeniu do modelu *CCR* dodatkowego warunku ograniczającego, zgodnie z którym:

$$\sum_{j=1}^J \lambda_{oj} \leq 1 \quad (19)$$

Charakter efektów skali (rosnący lub malejący) dla rozpatrywanej gospodarki zostanie określony przez porównanie wskaźników efektywności  $\theta_{VRS}$  i  $\theta_{NIRS}$  (wykr. 1). Jeżeli zatem dla badanej gospodarki zachodzi:

$$\frac{\theta_{VRS}}{\theta_{NIRS}} = 1 \quad (20)$$

oznacza to, że rozpatrywana gospodarka działa w obszarze rosnących efektów skali. Natomiast gdy:

$$\frac{\theta_{VRS}}{\theta_{NIRS}} < 1 \quad (21)$$

wtedy gospodarka znajduje się w obszarze malejących efektów skali.

Innym sposobem określenia typu braku korzyści skali gospodarki nieefektywnej jest metoda oparta na badaniu sumy optymalnych wag kombinacji technologii wspólnej, w formule *benchmarkingowej* w przypadku gospodarki nieefektywnej. Sumę tę uzyskuje się z rozwiązania zadania *CCR* nieuwzględniającego żadnego warunku dotyczącego typu korzyści skali<sup>13</sup>. Charakter efektów skali w metodzie *DEA* określany jest tylko dla gospodarki nieefektywnej. Gospodarka z założenia efektywna technologicznie charakteryzuje się odpowiednią skalą.

Typ efektów skali ustalamy w następujący sposób, jeżeli:

- 1)  $L_o < 1$ , to  $o$ -ta gospodarka znajduje się w obszarze rosnących efektów skali,
- 2)  $L_o > 1$ , to  $o$ -ta gospodarka znajduje się w obszarze malejących efektów skali,
- 3)  $L_o = 1$ , to nieefektywność w badanej gospodarce wynika z innych przyczyn aniżeli skala gospodarki<sup>14</sup>,

<sup>12</sup> Rosnące efekty skali występują, gdy produkcja rośnie szybciej w stosunku do wzrostu zaangażowanych czynników produkcji. Malejące efekty skali występują, gdy produkcja rośnie wolniej w stosunku do wzrostu zaangażowanych czynników produkcji. Stałe efekty skali występują, gdy produkcja rośnie proporcjonalnie do zaangażowanych czynników produkcji (wykr. 1).

<sup>13</sup> Gospodarowicz M. (2000), s. 39; Zhu J. (2000), s. 64–66.

<sup>14</sup> Guzik B. (2009), s. 42–50.

gdzie:  $L_o$  — suma współczynników kombinacji technologii wspólnej  $\lambda_{oj}$  w optymalnej technologii obiektu  $o$ -tego, uzyskanej z zadania  $CCR$  nieuwzględniającego żadnego warunku dotyczącego typu korzyści skali:

$$L_o = \sum_{j=1}^J \lambda_{oj} \quad (22)$$

## WYNIKI BADANIA

W przeprowadzonym badaniu wykorzystano nieparametryczną metodę  $DEA$ . Posłużyła ona do estymacji wartości wskaźnika efektywności technologicznej  $\theta_{CRS}$ , który uzyskano z rozwiązania zadania  $DEA$  przy założeniu stałych efektów skali. Następnie obliczono wskaźnik efektywności technologicznej  $\theta_{VRS}$  uzyskany z rozwiązania zadania  $DEA$  przy założeniu zmiennych efektów skali oraz wskaźnik efektywności skali  $SE$  (15). Charakter efektów skali rozpoznano dwiema metodami. Pierwsza polega na rozwiązaniu dodatkowego zadania  $DEA$  typu  $NIRS$ . Druga sprowadza się do wnioskowania na podstawie sumy optymalnych wag kombinacji technologii wspólnej w formule *benchmarkingowej* dla gospodarki nieefektywnej. Badanie przeprowadzono w ujęciu statycznym dla 2009 r.

### WARTOŚCI WSKAŹNIKÓW EFEKTYWNOŚCI TECHNOLOGICZNEJ ORAZ TYPY KORZYŚCI SKALI PRODUKCJI W WOJEWÓDZTWACH W 2009 R.

| Województwa               | CCR — TE     | BCC — PTE    | SE — TE/PTE  | Efekty skali |                 |                |
|---------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|----------------|
|                           |              |              |              | CCR/NIRS     | $\Sigma\lambda$ | typ skali      |
| <b>P o l s k a</b> .....  | <b>0,931</b> | <b>0,933</b> | <b>0,998</b> | <b>1,000</b> | <b>0,896</b>    | <b>rosnący</b> |
| Dolnośląskie .....        | 0,956        | 0,962        | 0,994        | 0,994        | 1,022           | malejący       |
| Kujawsko-pomorskie .....  | 0,995        | 1,000        | 0,995        | 1,000        | 0,788           | rosnący        |
| Lubelskie .....           | 0,821        | 1,000        | 0,821        | 1,000        | 0,551           | rosnący        |
| Lubuskie .....            | 0,856        | 0,860        | 0,995        | 1,000        | 0,790           | rosnący        |
| Łódzkie .....             | 0,946        | 1,000        | 0,946        | 1,000        | 0,679           | rosnący        |
| Małopolskie .....         | 0,945        | 0,949        | 0,995        | 1,000        | 0,812           | rosnący        |
| Mazowieckie .....         | 0,943        | 1,000        | 0,943        | 0,943        | 1,255           | malejący       |
| Opolskie .....            | 0,780        | 0,783        | 0,996        | 1,000        | 0,814           | rosnący        |
| Podkarpackie .....        | 0,813        | 0,920        | 0,884        | 1,000        | 0,605           | rosnący        |
| Podlaskie .....           | 0,807        | 0,865        | 0,933        | 1,000        | 0,660           | rosnący        |
| Pomorskie .....           | 0,971        | 0,978        | 0,993        | 0,993        | 1,023           | malejący       |
| Śląskie .....             | 1,000        | 1,000        | 1,000        | 1,000        | 1,000           | optymalny      |
| Świętokrzyskie .....      | 0,914        | 1,000        | 0,914        | 1,000        | 0,631           | rosnący        |
| Warmińsko-mazurskie ..... | 0,880        | 0,921        | 0,955        | 1,000        | 0,697           | rosnący        |
| Wielkopolskie .....       | 0,979        | 0,990        | 0,989        | 0,989        | 1,040           | malejący       |
| Zachodniopomorskie .....  | 0,860        | 0,862        | 0,998        | 1,000        | 0,927           | rosnący        |

Ź r ó d ł o: obliczenia własne.

W tablicy przedstawiono wyniki pomiaru efektywności technologicznej. Badanie przeprowadzono na podstawie zmiennych diagnostycznych, w których jako nakłady przyjęto wartość kapitału rzeczowego oraz liczbę osób pracujących, a jako wynik — PKB na osobę pracującą. Wskaźniki efektywności technologicznej poddano dekompozycji w celu przeanalizowania ich składowych. W efekcie tego uzyskano możliwość oceny wpływu skali produkcji na efektywność tej produkcji. Kolumny o nazwie „efekty skali” zawierają informacje

o charakterze tych efektów (rosnących, malejących lub optymalnych w przypadku gospodarki charakteryzującej się 100% efektywnością technologiczną).

Rozpatrując dane zawarte w tablicy należy zauważyć, że najwyższą (100%) relatywną efektywnością w modelu *CCR*, przy założeniu stałych efektów skali, w 2009 r. charakteryzowało się woj. śląskie i jako jedyne znajdowało się w optymalnym obszarze efektów skali<sup>15</sup>. Z kolei najniższą efektywnością technologiczną charakteryzowało się woj. opolskie. Efektywność technologii stosowanej w tym województwie w 2009 r. wynosiła zaledwie 78% efektywności technologii woj. śląskiego, wyznaczającego granicę efektywności *CRS*. Zauważmy ponadto, że woj. opolskie znajduje się w obszarze rosnących efektów skali. Nieefektywność technologiczna tego województwa w 2009 r. była rezultatem marnotrawienia nakładów oraz działania w nieoptymalnym obszarze korzyści skali.

---

<sup>15</sup> Jeżeli obiekt jest w pełni efektywny, to jego skala jest odpowiednia. Gdyby było inaczej obiekt ten nie mógłby być traktowany jako efektywny. W *DEA* efektywność ma charakter względny, dlatego o korzyściach lub braku korzyści skali zachodzących w danym rozpatrywanym obiekcie mówi się na tle obiektów dlań wzorcowych.

Na wyk. 2 przedstawiono empiryczne granice efektywności technologicznej. W modelu *CCR*, a więc przy założeniu stałych efektów skali, efektywne technologicznie jest tylko woj. śląskie i to ono wyznacza granicę efektywności (na wykresie zaznaczono linią przerywaną). Znacznie wzrasta liczba województw efektywnych dla modelu *BBC* przy założeniu zmiennych efektów skali. Granica efektywności *VRS* została wyznaczona poprzez województwa lubelskie, świętokrzyskie, łódzkie, kujawsko-pomorskie, śląskie, wielkopolskie i mazowieckie. Warto podkreślić, że w 2009 r. tylko woj. śląskie znajdowało się w optymalnym obszarze korzyści skali.

## Podsumowanie

Efektywność ekonomiczna gospodarki regionalnej zależy nie tylko od wielkości i struktury nakładów, technologii czy sposobu organizacji produkcji, lecz również od skali produkcji. Dla każdej gospodarki regionalnej lub krajowej istnieje bowiem taka wielkość produkcji, która pozwala w pełni wykorzystywać efekty (korzyści) skali. W wyniku zastosowania metody *DEA* możliwe było dokonanie oceny wpływu efektów skali na poziom efektywności technologii. Przeprowadzone badania wykazały, że jedną z ważnych przyczyn relatywnie niższej efektywności technologicznej w większości województw była nieoptymalna skala produkcji, przez co nie w pełni wykorzystywano korzyści skali produkcji.

Obszar, w jakim znajduje się zdecydowana większość województw to gospodarka rosnących efektów skali. Wyjątkiem było woj. śląskie, które w 2009 r. charakteryzowało się optymalną skalą produkcji. Gospodarka działając w obszarze rosnących efektów skali, poprzez zwiększenie rozmiarów zaangażowanych nakładów, może bardziej niż proporcjonalnie zwiększyć wyniki w stosunku do wzrostu nakładów i osiągnąć najkorzystniejszą relację nakładów do wyników, jaką charakteryzują się województwa będące liderami technologicznymi w Polsce. Do województw o rosnących efektach skali w 2009 r. należały: łódzkie, małopolskie, lubelskie, podkarpackie, podlaskie, śląskie, lubuskie, zachodniopomorskie, opolskie, kujawsko-pomorskie i warmińsko-mazurskie, a także cały kraj. W odniesieniu do województw znajdujących się w obszarze malejących efektów skali można powiedzieć, że gdyby skala ich produkcji była mniejsza, wówczas byłyby one bardziej efektywne technologicznie. Należy w tym kontekście wymienić województwa: mazowieckie, wielkopolskie, dolnośląskie i pomorskie.

---

**dr Roman Kosmański** — artykuł powstał, gdy autor pracował na *Uniwersytecie Ekonomicznym w Poznaniu*

## LITERATURA

- Banker R. D., Charnes A., Cooper W. W. (1984), *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis*, „Management Science”, vol. 30
- Bednarski L. (2002), *Analiza finansowa w przedsiębiorstwie*, PWN, Warszawa

- Canter U., Kruger J., Hanusach H. (2007), *Produktivitäts und Effizienzanalyse. Der nichtparametrische Ansatz*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
- Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. (1978), *Measuring the efficiency of decision making units*, „European Journal of Operational Research”, vol. 3, No. 6
- Domagała A. (2009), *Zastosowanie metody Data Envelopment Analysis do badania efektywności europejskich giełd papierów wartościowych*, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
- Farrell M. J. (1957), *The measurement of productive efficiency*, „Journal of the Royal Statistical Society”, Series A, vol. 120, No. 3
- Gospodarowicz M. (2000), *Procedury analizy i oceny banków*, „Materiały i Studia”, z. 103, NBP, Warszawa
- Guzik B. (2009), *Podstawowe modele DEA w badaniu efektywności gospodarczej i społecznej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu
- Panek E. (2003), *Ekonomia matematyczna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań
- Samuelson P. A., Nordhaus W. D. (2004), *Ekonomia*, PWN, Warszawa
- Stoner J. A. F., Frejman R. E., Gilbert D. G. (2001), *Kierowanie, PWE*, Warszawa
- Zhu J. (2000), *Multi-factor performance measure model with an applications to Fortune 500 companies*, „European Journal of Operational Research”, vol. 123, No. 1

## SUMMARY

*The article deals with the economic efficiency of individual Polish voivodships. It depends not only on the size, capital structure, technology and the organization of production but also on the scale of production. For each regional or country economy there is such a volume of production, which allows full use of scale (benefits) effects. An attention was focused on the impact of the scale of production on changes in technological efficiency of the economy. As a result of application of the method Data Envelopment Analysis (DEA) method, an assessment of the impact of economies of scale on the level of the technology efficiency was made.*

## РЕЗЮМЕ

*Статья занимается проблемой экономической эффективности экономики в отдельных воеводствах в Польше. Она зависит не только от величины, структуры затрат, технологии и способа организации производства, но и от масштаба производства. В случае экономики каждого региона или страны существует такой объем производства, который позволяет полностью использовать эффекты масштаба. Внимание было сосредоточено на влиянии масштаба производства на изменения технологической эффективности экономики. В результате использования метода Data Envelopment Analysis (DEA) можно было оценить влияние эффектов масштаба на уровень эффективности технологии.*